

Projet Laos 2010 Mathématiques

Géométrie dans le plan et dans l'espace

Florian Cargoët et Éléonore Crespo

Sommaire

Présentation de l'intervention.....	3
Plan de l'intervention.....	4
Première partie : Présentations.....	4
Jour 1 : Présentation des intervenants et du programme, évaluation.....	4
Deuxième partie : géométrie dans le plan.....	5
Jour 2 : Rappel : repérage, points, droites.....	5
Jour 3 : Le triangle.....	5
Jour 4 : Vecteurs, barycentre.....	6
Jour 5 : Produit scalaire et norme.....	6
Jour 6 : Géométrie analytique.....	6
Troisième partie : géométrie dans l'espace.....	7
Jour 7 : Visualisation dans l'espace - Droites et plans.....	7
Jour 8 : Visualisation dans l'espace - Cube, sections par un plan.....	8
Jour 9 : Repère et vecteurs dans l'espace.....	8
Jour 10 : Projections - Bilan.....	8
Parties supplémentaires.....	9
Géométrie dans le plan.....	9
Géométrie dans l'espace.....	9

Présentation de l'intervention

Pour cette troisième intervention en mathématiques, le thème retenu est : *la géométrie dans le plan et la géométrie dans l'espace*. Ce choix fait suite à une demande de la part des professeurs après l'intervention sur la géométrie plane en 2008. La nouvelle intervention approfondit les notions abordés et traite également de la géométrie dans l'espace. L'accent sera mis autant que possible sur la démonstration des résultats ainsi que sur leur illustration avec des objets physiques notamment dans le cas de la géométrie dans l'espace.

En règle générale, les cours du matin seront plutôt consacrés au cours et ceux de l'après-midi plutôt aux exercices (corrigés par les participants).

Plan de l'intervention

Première partie : Présentations

Durée : 1 jour

Le premier jour sera consacré à la présentation des intervenants, des participants et du programme ainsi qu'à une évaluation des acquis sur les thèmes traités lors des interventions précédentes. Le cours sur la géométrie commencera le deuxième jour.

Jour 1 : Présentation des intervenants et du programme, évaluation.

Nous profiterons du premier jour d'intervention pour nous présenter et faire connaissance avec les participants. Nous ferons des fiches pour les nouveaux professeurs. Une évaluation de l'intervention de 2009 (sur le thème des probabilités) sera faite pour vérifier l'acquisition des connaissances. Nous évaluerons aussi les connaissances en géométrie dans le plan (suite à l'intervention de 2008 sur ce sujet) afin de déterminer le niveau global des participants.

Enfin, nous présenterons le programme de l'intervention en mathématiques et recueillerons les attentes précises des participants.

Objectifs :

- Faire connaissance
- Présenter le programme
- Évaluer les acquis des deux précédentes interventions

Activités :

- Présentation de chacun
- Présentation de points précis du cours par les professeurs laotiens (évaluation)

Deuxième partie : géométrie dans le plan

Durée : 5 jours

La première moitié de l'intervention traitera de la géométrie dans le plan. On commencera par aborder les notions de base puis on travaillera sur le triangle pour voir de nombreux résultats et travailler la démonstration. Les vecteurs permettront ensuite d'introduire un formalisme utile pour des théorèmes plus avancés. Enfin, cette partie s'achèvera sur de la géométrie analytique où l'on prendra une approche calculatoire pour résoudre des problèmes complets. Si le temps le permet, il sera possible de faire une introduction aux équations de droites dans le plan.

Jour 2 : Rappel : repérage, points, droites

Le premier cours de géométrie reprend les bases en définissant les objets géométriques usuels et leurs propriétés. En fonction du niveau des participants, cette séance pourra être écourtée au profit de la suite.

Objectifs :

- Rappel des notions et définitions de base des droites dans le plan
- Introduction des notions de médiatrice d'un segment
- Bissectrice d'un angle

Activités :

- Construction de plusieurs droites type médiatrice à la règle et au compas

Jour 3 : Le triangle

Nous consacrerons une séance à l'étude du triangle, qui est riche en résultats géométriques. L'aspect démonstratif sera important avec l'étude des théorèmes de Thalès et de Pythagore. Le triangle rectangle permettra également une introduction à la trigonométrie.

Objectifs :

- Ajouter des notions mathématiques à la représentation géométrique du triangle, avec des théorèmes et des notions de trigonométrie
- Connaître les droites particulières du triangle.
- Triangles isométriques, semblables.

Théorèmes vus :

- Thalès
- Pythagore

Activités :

- Construction des droites du triangle à la règle et au compas.

Jour 4 : Vecteurs, barycentre

Cette séance sera plus formelle que les précédentes puisque les vecteurs y seront étudiés. Nous verrons comment travailler avec les vecteurs (somme, différence) puis exploiterons ces résultats pour définir le barycentre.

Objectifs :

- Comprendre le fonctionnement des vecteurs dans l'espace à 2 dimensions
- Ainsi que leur représentation et leur utilité.
- Application à la définition du barycentre, utilité du barycentre : de deux points pondérés, puis de 3, 4 et N points.

Théorèmes vus :

- Thalès vectoriel

Activités :

- Exercices avec des poids pour expliquer le barycentre : centre d'inertie

Jour 5 : Produit scalaire et norme

Dans ce chapitre, nous irons plus loin avec les vecteurs : le produit scalaire. Définition, propriétés, inégalité triangulaire et inégalité de Cauchy-Schwarz sont au programme, ainsi que des applications pratiques : calcul de distances et calcul d'angles.

Objectifs :

- Introduction au produit scalaire 2D
- Application au calcul de distance et d'angles
- Équation de lieu géométrique

Théorèmes vus :

- Cauchy-Schwarz

Jour 6 : Géométrie analytique

La dernière séance de géométrie plane sera dans la continuité des deux précédentes car les problèmes seront abordés par le calcul plutôt que par les propriétés géométriques. Nous tenterons de résoudre des problèmes avec variables, par calculs de coordonnées...

Si le temps le permet, cette partie sera complétée par une séance sur les équations de droites.

Objectifs :

- Comparer la géométrie analytique et la géométrie synthétique (dite pure)

Troisième partie : géométrie dans l'espace

Durée : 4 jours

La seconde moitié de l'intervention sera dédiée à la géométrie dans l'espace. Nous commencerons par des activités pour tester et stimuler la capacité à "voir" dans l'espace avant de prendre une approche plus formelle en ajoutant la troisième dimension aux résultats vus en première partie. De même que pour la géométrie plane, des sujets supplémentaires pourront être abordés : équations de droites/plans, intersections, distances, sections planes.

Jour 7 : Visualisation dans l'espace - Droites et plans

Le cours sur la géométrie dans l'espace commencera par de la simple visualisation dans l'espace. La plus grande difficulté en géométrie dans l'espace est de "voir" les figures en 3 dimensions alors qu'elles sont dessinées sur une feuille en 2 dimensions. Nous parlerons de la notion de perspective, de la représentation d'un plan et des figures usuelles.

Ensuite, on se penchera sur l'étude des droites et des plans dans l'espace. Nous verrons que certaines notions sont similaires à la géométrie plane tandis que d'autres diffèrent (p. ex. des droites non sécantes ne sont pas forcément parallèles). Nous traiterons également de la coplanarité qui permet de ramener un problème de géométrie spatiale à un problème de géométrie plane.

Objectifs :

- Apprendre à voir dans l'espace
- Savoir représenter sur une feuille des objets à 3 dimensions
- Savoir repérer les problèmes plans

Théorèmes vus :

- Théorème du toit
- Parallélisme droite/plan, plan/plan

Activités :

- Visualisation des droites et plans avec un livre ouvert

Jour 8 : Visualisation dans l'espace - Cube, sections par un plan

Nous continuerons notre exploration de la perception spatiale avec des exercices plus complexes : le tracé de la section d'un cube par un plan. Nous verrons les théorèmes nécessaires à la résolution de ce type d'exercice. Ces exercices ont l'avantage d'être adaptables à plusieurs niveaux de difficultés.

Objectifs :

- Voir et dessiner des figures complexes dans l'espace
- Maîtriser les règles d'incidence.

Théorèmes vus :

- Trois points situés dans deux plans distincts sont alignés
- Deux plans parallèles sont coupés par un même plan selon deux droites parallèles.
- Trois droites non coplanaires et deux à deux sécantes sont concourantes.

Activités :

- Tracé de sections de cube
- Découpage de cube solide pour visualiser l'effet d'une coupe plane

Jour 9 : Repère et vecteurs dans l'espace

Une fois la vision dans l'espace assimilée, nous emploierons des outils formels en introduisant le repère dans l'espace, les vecteurs et les coordonnées.

Ces outils nous permettront ensuite de travailler sur le barycentre et le produit scalaire dans l'espace.

Objectifs :

- Au delà de l'intuition, maîtriser les outils formels
- Comprendre la notion de barycentre
- Adapter le produit scalaire à la troisième dimension

Théorèmes vus :

- Inégalité triangulaire
- Cauchy – Schwarz

Jour 10 : Projections - Bilan

Le cours de géométrie dans l'espace s'achèvera par l'utilisation du produit scalaire précédemment vu pour calculer des projections sur des droites et sur des plans.

On profitera également de la dernière séance pour faire un bilan sur l'intervention et recueillir les propositions de thèmes pour l'année prochaine.

Objectifs :

- Appliquer les connaissances sur le produit scalaire
- Prévoir l'intervention de l'année prochaine

Activités :

- Projection d'ombre (cadran solaire)

Parties supplémentaires

Ces parties pourront être abordées s'il reste du temps.

Géométrie dans le plan

- Équations de droites
- Intersections de droites

Géométrie dans l'espace

- Équations de droites
- Équations de plans
- Intersection
- Distance
- Sections planes et lignes de niveaux